مادة الرياضيات	وطنيات في الأعداد العقدية	ذ : لشقر عبد الرحيم

الدورة العادية – 2019 –

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$

2 – في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

نعتبر النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي : $a=1-i\sqrt{3}$ و $b=2+2i$ و $c=\sqrt{3}+i$ و $d=-2+2\sqrt{3}$

أ – تحقق أن : $a-d=-\sqrt{3}\left(c-d\right)$

ب – استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية .

3 – ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{-\pi}{3}$.

تحقق أن $z'=\frac{1}{2}az$.

3 – أ – لتكن H صورة النقطة B بالدوران R , و h لحقها , و P النقطة التي لحقها p حيث $p=a-c$.

ب – بين أن المثلث OHP قائم الزاوية ومتساوي الساقين في O .

الدورة الاستدراكية – 2019 –

1 – أ – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-3z+3=0$

ب – نضع $a=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$, اكتب a على الشكل المثلثي .

2 – نعتبر العدد العقدي $b=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(1+i\right)$, تحقق أن : $b^2=i$

3 – نضع $h=\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}$, بين أن $h^4+1=a$

4 – في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقطة B التي لحقها b و R الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ – لتكن c لحق النقطة C صورة النقطة B بالدوران R , بين أن $c=ib$.

ب – استنتج طبيعة المثلث OBC.

الدورة العادية – 2018 –

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $2z^2+2z+5=0$

2 – في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

أ – اكتب على الشكل المثلثي العدد $d=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

ب – النقطة A التي لحقها $a=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ و B صورة النقطة A بالدوران R.

ليكن b لحق النقطة B , بين ان $b=d.a$.

3 – لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OA}$, و النقطة C صورة B بالإزاحة t و c لحق النقطة C .

أ – تحقق من أن $c=b+a$ ثم استنتج أن $c=a\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$. (يمكنك استعمال السؤال 2 – ب –)

ب – حدد $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ ثم استنتج أن المثلث OAC متساوي الأضلاع .

الدورة الاستدراكية - 2018 -

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$

2 – في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

نعتبر النقطة A التي لحقها $a=\sqrt{2}\left(1-i\right)$ و الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

أ – اكتب على الشكل المثلثي العدد a .

ب – تحقق من أن لحق النقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $b=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$

3 – أ – نعتبر النقطة C التي لحقها $c=1+i$. بين أن $b^2-c^2=2\sqrt{3}$.

ب – لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OC}$, و النقطة D صورة B بالإزاحة t , بين أن $OD=\left|b+c\right|$.

ج – استنتج أن $OD\times BC=2\sqrt{3}$.

الدورة العادية - 2017 -

نعتبر العددين العقديين a و b بحيث $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-1+\left(\sqrt{3}+1\right)i$

1 – أ – تحقق من أن $b=\left(1+i\right)a$

ب – استنتج أن $\left|b\right|=2\sqrt{2}$ وأن $\arg b\equiv\frac{5\pi}{12}\ \left[2\pi\right]$

ج – استنتج مما سبق أن $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2 – المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b والنقطة C التي لحقها c بحيث $c=-1+i\sqrt{3}$

أ – تحقق من أن $c=ia$ واستنتج أن $OA=OC$ و أن $\left(\overline{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ \left[2\pi\right]$

ب – بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OC}$.

ج – استنتج أن الرباعي $OABC$ مربع .

الدورة الاستدراكية - 2017 -

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2+4z+8=0$

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي $a=-2+2i$ و $b=4-4i$ و $c=4+8i$.

2 – ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

أ – بين أن $z'=-iz-4$.

ب – تحقق من أن لحق النقط B صورة النقطة C بالدوران R و استنتج طبيعة المثلث ABC .

3 – ليكن ω لحق النقط Ω منتصف القطعة $\left[BC\right]$.

أ – بين أن $\left|c-\omega\right|=6$.

ب – بين أن مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $\left|z-\omega\right|=6$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

الدورة العادية - 2016 -

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-4z+29=0$

2 – نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط Ω و A و B التي ألحاقها على التوالي هي : $\omega=2+5i$ و $a=5+2i$ و $b=5+8i$

أ – ليكن u العدد العقدي بحيث $u=b-\omega$

تحقق من أن $u=3+3i$ ثم بين أن $\arg u\equiv\frac{\pi}{4}\ \left[2\pi\right]$

ب – حدد عمدة العدد العقدي $\bar{u}$ ($\bar{u}$ يرمز لمرافق العدد العقدي u) .

ج – تحقق من أن $a-\omega=\bar{u}$ ثم استنتج أن $\Omega A=\Omega B$ وأن $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

د – نعتبر الدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

حدد صورة النقطة A بالدوران R .

الدورة الاستدراكية – 2016 –

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+41=0$

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها

على التوالي هي $a=4+5i$ و $b=3+4i$ و $c=6+7i$ و $\omega=4+7i$.

أ – احسب $\frac{c-b}{a-b}$ و استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .

ب – ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

بين أن $z'=-iz-3+11i$.

ج – حدد صورة النقطة C بالدوران R ثم أعط شكلا مثلثيا للعدد $\frac{a-\omega}{c-\omega}$.

الدورة العادية – 2015 –

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2+10z+26=0$

2 – نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها

على التوالي هي a و b و c و ω : $a=-2+2i$ و $b=-5+i$ و $c=-5-i$ و $\omega=-3$

أ – بين أن $\frac{b-\omega}{a-\omega}=i$.

ب – استنتج طبيعة المثلث ΩAB .

3 – لتكن النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $6+4i$.

أ – بين أن الحق d للنقطة D هو $1+3i$.

ب – بين أن $\frac{b-d}{a-d}=2$ و استنتج أن النقطة A هي منتصف القطعة $[BD]$.

الدورة العادية – 2015 – المسرب –

I - نعتبر العدد العقدي a بحيث $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

1 – بين ان معيار العدد العقدي a هو $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

2 – تحقق من أن $a=2\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right)+2i\sin\frac{\pi}{4}$

3 – أ – بإخطاط $\cos^2\theta$, حيث θ عدد حقيقي , بين أن $1+\cos 2\theta=2\cos^2\theta$.

ب – بين أن $a=4\cos^2\frac{\pi}{8}+4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$ (نذكر أن $\sin 2\theta=2\cos\theta\sin\theta$)

ج – بين أن $4\cos\frac{\pi}{8}\left(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}\right)$ هو الشكل المثلثي للعدد a ثم بين أن $a^4=\left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 i$.

II - نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط Ω و A التي ألحاقها

على التوالي هما ω و a $\omega=\sqrt{2}$ و $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ و الدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

1 – بين أن b لحق النقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $2i$.

2 – حدد مجموعة النقط M ذات اللحق بحيث $|z-2i|=2$.

الدورة الاستدراكية – 2015 –

1 – أ – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+32=0$.

ب – نعتبر العدد العقدي a بحيث : $a=4+4i$.

اكتب العدد العقدي a على الشكل المثلثي ثم استنتج أن a^{12} عدد حقيقي سالب .

2 – نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C التي ألحاقها

على التوالي a و b و c بحيث : $a=4+4i$ و $b=2+3i$ و $c=3+4i$.

ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ – بين أن $z'=iz+7+i$.

ب – تحقق من أن d لحق النقط D صورة النقطة A بالدوران R هي $3+5i$.

ج – بين أن مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث : $|z-4-4i|=|z-3-5i|$ هي المستقيم (BC) .

الدورة العادية – 2014 –

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-z\sqrt{2}+2=0$

2 – نعتبر العدد العقدي $u=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i$

أ – بين أن معيار العدد u هو $\sqrt{2}$ و أن $\arg u\equiv\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$.

ب – باستعمال كتابة العدد u على الشكل المثلثي , بين أن u^6 عدد حقيقي .

3 – نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقطتين A و B اللتين ألحاقهما

على التوالي هي $a=4-4i\sqrt{3}$ و $b=8$.

ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

أ – عبر عن z' بدلالة z .

ب – تحقق من أن B هي صورة A بالدوران R و استنتج أن المثلث OAB متساوي الأضلاع .

الدورة الاستدراكية – 2014 –

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-4z+5=0$

2 – نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C و D و Ω التي ألحاقها

على التوالي هي $a=2+i$ و $b=2-i$ و $c=i$ و $d=-i$ و $\omega=1$.

أ – بين أن $\frac{a-\omega}{b-\omega}=i$.

ب – استنتج أن المثلث ΩAB قائم الزاوية ومتساوي الساقين في Ω .

3 – ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ – بين أن : $z'=iz+1-i$.

ب – تحقق من أن $R(A)=C$ و $R(D)=B$.

ج – بين أن النقط A و B و C و D تنتمي إلى نفس الدائرة محددا مركزها .

الدورة العادية – 2013 –

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C التي ألحاقها

على التوالي هي $a=7+2i$ و $b=4+8i$ و $c=-2+5i$.

1 – أ – تحقق من أن $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$ و بين أن $\frac{c-a}{b-a}=1+i$.

ب – استنتج ان $AC=AB\sqrt{2}$ اعط قياسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$.

2 – ليكن R الدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ – بين أن لحق النقط D صورة النقطة A بالدوران R هو $d=10+11i$.

ب – احسب $\frac{d-c}{b-c}$ بين أن النقط B و C و D مستقيمية .

الدورة الاستدراكية – 2013 –

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+25=0$

2 – نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي $a=4+3i$ و $b=4-3i$ و $c=10+3i$ والإزاحة T التي متجهتها $\overrightarrow{BC}$.

أ – بين أن لحق النقطة D هي صورة النقطة A بالإزاحة T هو $d=10+9i$.

ب – بين أن $\frac{b-a}{d-a}=-\frac{1}{2}(1+i)$ ثم اكتب العدد العقدي $-\frac{1}{2}(1+i)$ على الشكل مثلثي .

ج – بين أن $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\frac{5\pi}{4}[2\pi]$.

الدورة العادية – 2012 –

1 – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-12z+61=0$

2 – نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي $a=6-5i$ و $b=4-2i$ و $c=2+i$.

أ – احسب $\frac{a-c}{b-c}$ بين أن النقط A و B و C مستقيمية .

ب – نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $1+5i$.

تحقق من أن النقطة D هي صورة النقطة C بالإزاحة T هو $d=3+6i$.

ج – بين أن : $\frac{d-c}{b-c}=-1+i$ و أن $\frac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1+i$.

د – استنتج قياسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)$.